

Grundlagen der Physik mit Experimenten für Studierende der Medizin, Zahnmedizin und Pharmazie

Übungsaufgaben für die Übungsstunde in der Woche vom 08.01.18 // Woche 2

9 - Optik

Übungsaufgaben zum Lösen daheim:

WS 2003/2004 #1
WS 2003/2004 #10
WS 2003/2004 #15
WS 2003/2004 #23
SS 2004N #18
WS 2004/2005 #3
WS 2005/2006 #18
SS 2006 #15
SS 2006 #21
SS 2006N #12
SS 2007 #26
SS 2010N #22
SS 2011 #19

NÜTZLICHE FORMELN UND GRUNDLAGEN

Hohlspiegel:

Bei einem Hohlspiegel werden parallel einfallende Lichtstrahlen wie bei einem normalen Spiegel auch mit Einfallswinkel = Ausfallswinkel reflektiert. Die spezielle runde Form jedoch sorgt dafür, dass sich insbesondere die Strahlen nahe der optischen Achse in einem Fokuspunkt F treffen. Dieser liegt genau bei $f = r/2$, siehe auch Abbildung 1(a).

Schwinkel:

Der Schwinkel α (siehe Abbildung 1(b)) bestimmt bei gleicher Gegenstandsgröße G_1 bzw. G_2 , wie groß das Bild auf der Netzhaut erscheint und dementsprechend auch, wie groß der Gegenstand wahrgenommen wird. Der Schwinkel berechnet sich zu

$$\alpha = \arctan \left(\frac{\text{Größe des Gegenstands}}{\text{Distanz zum Auge}} \right). \quad (1)$$

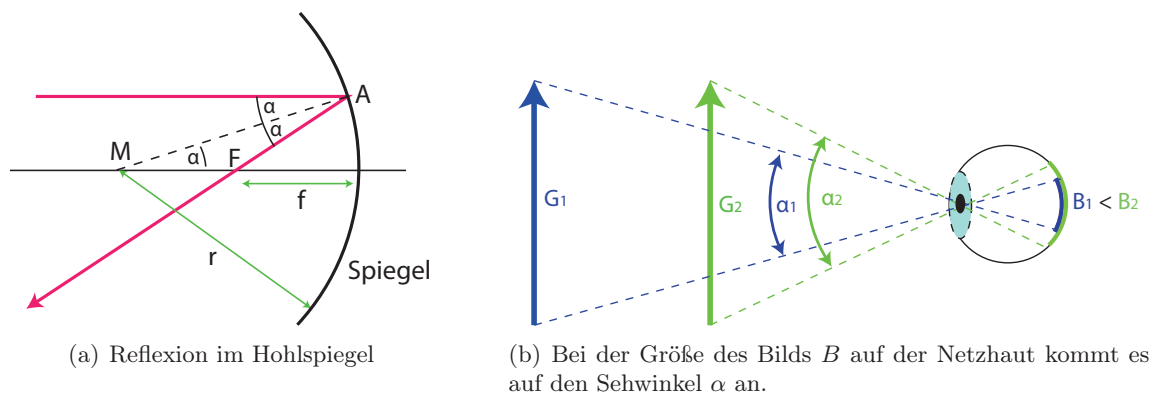


Abbildung 1: Illustrationen zu Hohlspiegel und Sehwinkel

Die Vergrößerung V eines optischen Instruments, in das man mit dem Auge blickt, hängt mit dem Sehwinkel zusammen über die Relation:

$$V = \frac{\tan \alpha}{\tan \alpha_0}, \quad (2)$$

dabei ist α_0 der Sehwinkel ohne Sehhilfe, α der verbesserte Sehwinkel mit optischem Instrument.

Abbildungen:

Eine einfache Abbildung mit einer dünnen Linse der Brennweite f kann beschrieben werden durch die Linsengleichung:

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{g} = \frac{1}{f}. \quad (3)$$

Die Vergrößerung der Abbildung ist wie folge definiert:

$$A = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}. \quad (4)$$

Abbildung 2 zeigt einen solchen Aufbau. Die Konstruktion des Bilds der Größe B and er Position der Bildweite b auf der anderen Seite der Linse erfolgt bei bekannten Werten für die Gegenstandsgröße G , die Gegenstandsweite g , sowie die Brennweite f der Linse nach den folgenden Regeln:

- 1: Der Strahl durch den diesseitigen Fokuspunkt verläuft hinter der Linse parallel zur optischen Achse.
- 2: Der Strahl durch den Mittelpunkt der Linse wird nicht gebrochen, sondern verläuft gerade und symmetrisch durch die Linse.
- 3: Zur optischen Achse parallele Strahlen werden in den jenseitigen Fokuspunkt gebrochen.

Die Grenze der Auflösung bei optischen Abbildungen, oder auch beim Mikroskop ist die Wellenlänge des verwendeten Lichts selbst. Mikroskope mit höherer Vergrößerung werden bei gleicher Beleuchtung kein schärferes Bild erzeugen.

Vergrößerung einer Einzellinse:

Die Vergrößerung eines optischen Aufbaus ist intuitiv definiert als Verhältnis von G und B . Bei einer Einzellinse ohne Aufbau kann man das so nicht bestimmen. Hier verwendet man eine andere Definition, die über die deutliche Sehweite. Diese ist festgelegt auf 250 mm und kann anschaulich interpretiert werden als die Entfernung, in der ein normalsichtiger Mensch ohne optische Hilfsmittel z.B. ein Buch halten würde um es bequem zu lesen.

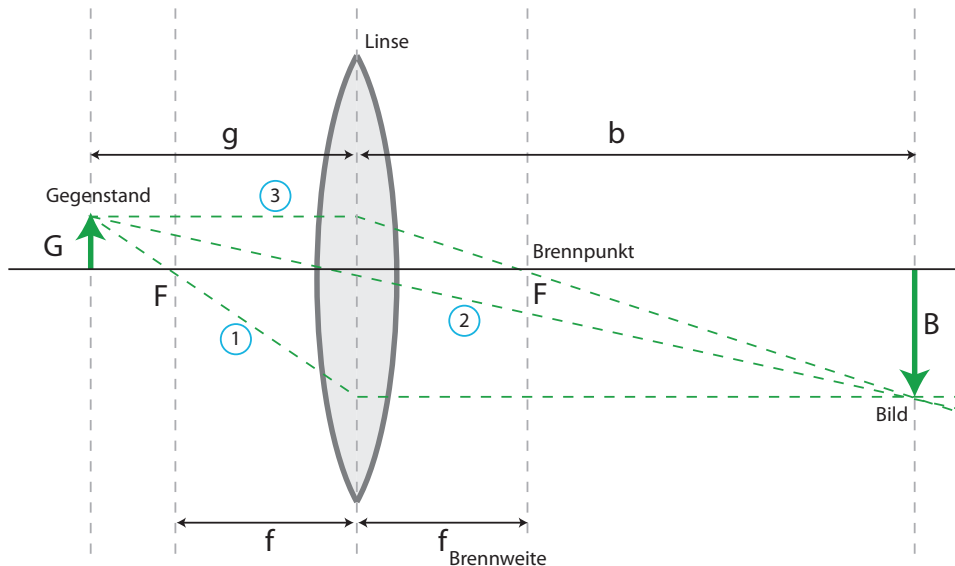


Abbildung 2: Abbildung eines Gegenstands mit einer Linse

Die Vergrößerung V einer Einzellinse oder z.B. auch einer Lupe, ist dann die deutliche Sehweite geteilt durch die Brennweite f der Linse

$$V = \frac{250 \text{ mm}}{f}. \quad (5)$$

Dioptrie:

Dioptrie ist eine Einheit für die Brechkraft optischer Systeme. Es ist das Inverse der Längeneinheit m , $1 \text{ dpt} = 1 \text{ m}^{-1}$. Sie hängt mit der Brennweite eines optischen Systems zusammen über

$$D \text{ (in dpt)} = \frac{1}{f}. \quad (6)$$

Geschwindigkeit von Licht im Medium:

Die Lichtgeschwindigkeit ist konstant - im Vakuum. In Medien kann sie sich deutlich von dem Wert unterscheiden, der in der Formelsammlung steht, jedoch kann Licht in Medien immer nur langsamer werden, niemals schneller. Wie viel das Licht verlangsamt wird, ist materialabhängig.

Über die Lichtgeschwindigkeit im Medium und Vakuum ist auch der Brechungsindex definiert:

$$n = \frac{c}{c_{\text{med}}} = \frac{\lambda}{\lambda_{\text{med}}} \quad (7)$$

Brechung an optisch dichteren oder dünneren Medien:

Trifft ein Lichtstrahl auf eine Grenzfläche zwischen zwei Medien unterschiedlicher Brechzahl n , so wird der Strahl in seiner Richtung abgelenkt.

- $n_1 < n_2$: Der Lichtstrahl geht vom optisch dünneren ins optisch dichtere Medium über (wie beim Prisma). Er wird **zum Lot hin** abgelenkt.
- $n_1 > n_2$: Der Lichtstrahl geht vom optisch dichteren ins optisch dünnere Medium über (wie beim Glasfaserkabel). Er wird **vom Lot weg** abgelenkt.

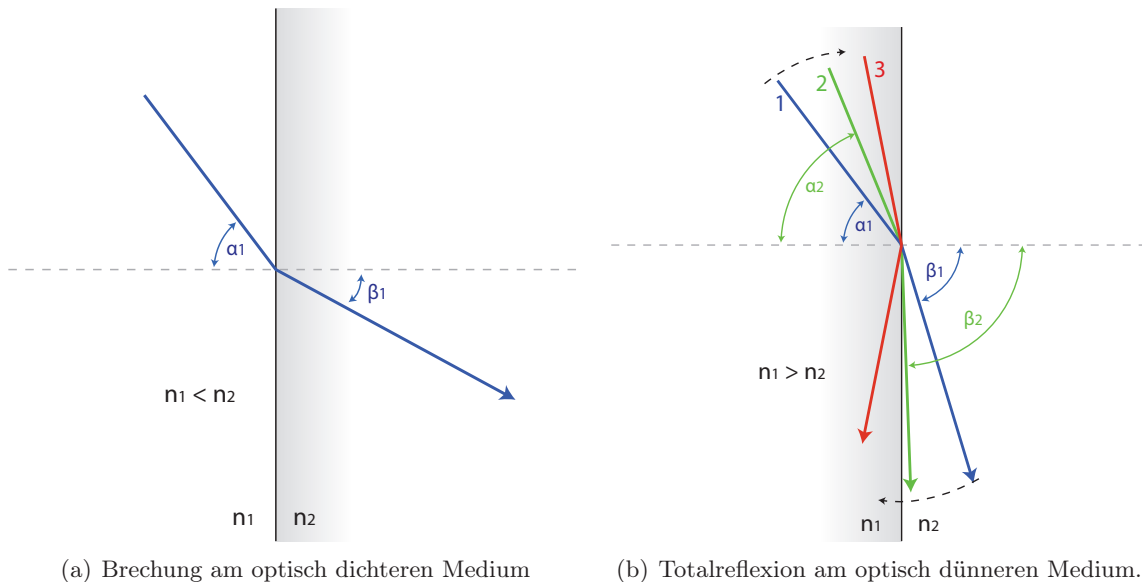


Abbildung 3: Brechung an optischen Grenzflächen

In Abbildung 3(a) ist eine typische Brechung von Licht an einer Grenzfläche gezeigt. Hier ist $n_1 < n_2$, aber die Formeln gelten ganz genauso für $n_1 > n_2$. Die Winkel α_1 und β_1 werden immer zum Lot hin gemessen (gestrichelte Linie). Das Brechungsgesetz gibt einen Zusammenhang zwischen diesem Einfallswinkel (α_1) und Ausfallswinkel (β_1), sowie den Brechzahlen n_1 und n_2 der beteiligten Medien.

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = \frac{n_2}{n_1} \quad (8)$$

Einige Beispiele von Brechungsindizes, die man sich vielleicht merken sollte:

- Brechungsindex von Luft: $n \approx 1$
- Brechungsindex von Wasser: $n \approx 1,33$
- Brechungsindex von Fensterglas: $n \approx 1,5$ (Glas allgemein zwischen 1,45 und 2,14)

Die optische Dichte von Glas und auch von wässrigen Lösungen (z.B. Salzwasser) ist abhängig von der Art und Konzentration der Beimischung.

Totalreflexion:

Ein Lichtstrahl wird totalreflektiert, wenn er beim Übergang in ein optisch dünneres Medium ($n_1 > n_2$) eigentlich mit einem Winkel über 90 Grad gebrochen werden müsste. In Abbildung 3(b) sieht man, dass

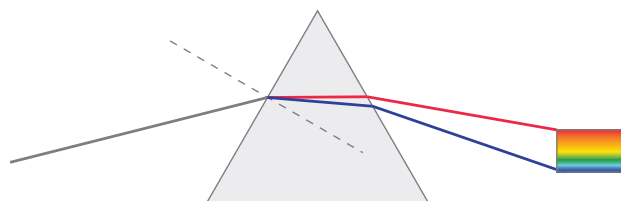


Abbildung 4: Dispersion führt zur Aufspaltung von Farben im Licht.

je flacher zur Grenzfläche der Lichtstrahl einfällt, desto größer wird auch der Ausfallswinkel. Da beim Übergang in das optisch dünnere Medium vom Lot weg gebrochen wird, hat der Strahl 3 keine andere Möglichkeit mehr, als reflektiert zu werden.

Dispersion:

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit c_{med} von Licht im Medium ist leicht abhängig von der Frequenz des Lichts selbst. In der Folge werden unterschiedliche Farbkomponenten eines Lichtbündels an Grenzflächen unterschiedlich stark gebrochen. Man erhält eine Aufspaltung des Lichts in sein Farbspektrum. Ein Beispiel hierfür ist die Farbaufspaltung hinter einem Prisma, wie in Abbildung 4 zu sehen ist. Als Grundregel hierbei gilt, dass blaues Licht stärker gebrochen wird als rotes.

Beispielaufgabe 1: SS 2004 #26

Die Aufgabe gibt schon vor, dass ein Strahl, der eine planparallele Platte durchquert, nur seitlich versetzt wird, nicht jedoch seine Richtung ändert.

Daher wird, wie in Abbildung 5(a) zu sehen ist, die Brechung an der ersten Grenzfläche an der zweiten quasi wieder rückgängig gemacht: Wir haben hier nur zwei Winkel, α_1 und β_1 .

Da der Brechungsindex n der Scheibe bekannt ist, kann man β_1 leicht berechnen:

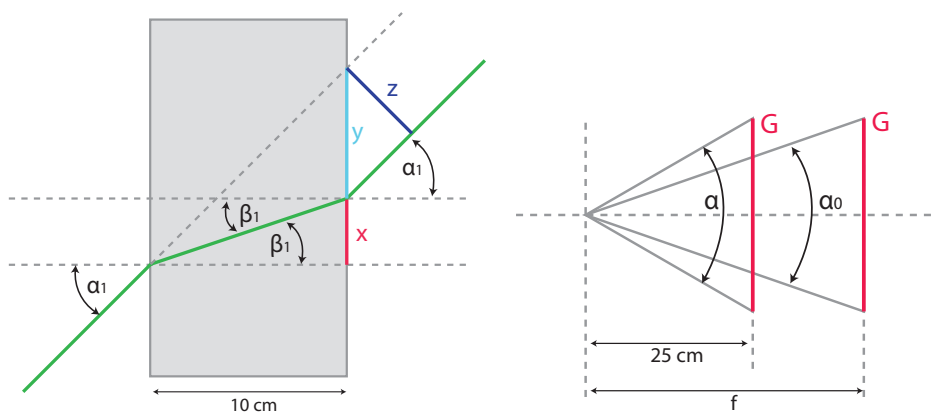
$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = n \quad \Leftrightarrow \quad \beta_1 = \arcsin \left(\frac{\sin \alpha_1}{n} \right) = 28,1^\circ \quad (9)$$

Kennt man nun β_1 , kann man x mittels Tangens berechnen:

$$\tan \beta_1 = \frac{x}{10 \text{ cm}} \quad \Leftrightarrow \quad x = \tan \beta_1 \cdot 10 \text{ cm} = 5,345 \text{ cm}. \quad (10)$$

Aufgrund der Tatsache, dass der Strahl mit $\alpha_1 = 45^\circ$ einfällt, wissen wir, dass die Strecke $x + y$ genauso groß ist wie die Scheibendicke, nämlich 10 cm. Daher kennen wir also

$$y = 10 \text{ cm} - x = 4,655 \text{ cm}. \quad (11)$$



(a) Zeichnung zu Aufgabe SS 2004 #26 (b) Zeichnung zu Aufgabe SS 2006 #2

Abbildung 5: Illustrationen zu den Beispielaufgaben

Die Strecke z bekommen wir nun durch Pythagoras:

$$z^2 + z^2 = y^2 \quad \Leftrightarrow \quad z = \sqrt{\frac{y^2}{2}} = 3,288 \text{ cm.} \quad (12)$$

\Rightarrow **Antwort E** "3,3 cm" ist somit korrekt.

Beispielaufgabe 2: SS 2005N #8

In der Aufgabenstellung beschrieben ist eine einfache Abbildung wie in Abbildung 2 mit $G = 40 \text{ mm}$, $f = 50 \text{ mm}$ und $g + b = 1 \text{ m}$. In der Linsengleichung

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{g} = \frac{1}{f} \quad (13)$$

ist nicht nur b unbekannt, sondern auch g . Es lässt sich jedoch g ersetzen durch $g = 100 \text{ cm} - b$, damit ist nur noch die Größe b unbekannt und kann errechnet werden (der Einfachheit halber hier ohne Einheiten geschrieben, denn wir wissen, dass wenn alles in cm eingesetzt wird, auch cm herauskommen):

$$5 + \frac{5}{100 - b} = \frac{1}{b} \quad \Leftrightarrow \quad 5 \cdot (100 - b) + 5b = b \cdot (100 - b) \quad (14)$$

$$500 = 100b - b^2 \quad \Leftrightarrow \quad b^2 - 100b = -500 \quad (15)$$

$$(b - 50)^2 = -500 + (50)^2 \quad \Leftrightarrow \quad b - 50 = \sqrt{2000} \quad (16)$$

$$b = 94,7 \text{ cm} \quad \text{oder} \quad b = 5,3 \text{ cm} \quad (17)$$

Aus der Gleichung zur Vergrößerung (Gleichung 4) können wir nun B berechnen, indem wir $b = 5,3 \text{ cm}$ und $b = 94,7 \text{ cm}$ einsetzen. Die andere Kombination ist aus naheliegenden Gründen nicht sehr sinnvoll...

$$\frac{B}{G} = \frac{b}{g} \quad \text{oder} \quad B = \frac{b}{g} \cdot G = \frac{5,3 \text{ cm}}{94,7 \text{ cm}} \cdot 40 \text{ mm} = 2,238 \text{ mm} \quad (18)$$

\Rightarrow **Antwort A** "2,23 mm" ist somit korrekt.

Beispielaufgabe 3: SS 2006 #2

Gefragt ist in der Aufgabe der Schwinkel eines Mikroskops mit Vergrößerung $V = 600$. Dazu betrachten wir Abbildung 5(b).

Die Vergrößerung eines Mikroskops ist definiert wie oben als

$$V = 600 = \frac{\tan \alpha}{\tan \alpha_0} = \frac{\frac{G}{f}}{\frac{G}{25 \text{ cm}}} = \frac{25 \text{ cm}}{f} \quad \Leftrightarrow \quad f = 4,16 \cdot 10^{-4} \text{ m} \quad (19)$$

Mit $G = 0,00005 \text{ m}$ folgt

$$\tan \alpha = \frac{G}{f} \quad \Leftrightarrow \quad \alpha = \arctan \left(\frac{G}{f} \right) = 6,85^\circ \quad (20)$$

\Rightarrow **Antwort A** "7 Grad" ist somit korrekt.