

Grundlagen der Physik mit Experimenten für Studierende der Medizin, Zahnmedizin und Pharmazie

Übungsaufgaben für die Übungsstunde in der Woche vom 13.11.17 // Woche 46

3 - Gase, Volumina, Hydrostatischer Druck

Übungsaufgaben zum Lösen daheim:

WS 2003/2004 #4
WS 2003/2004 #9
SS 2004 #21
SS 2004N #1
WS 2004/2005 #17
WS 2004/2005 #29
SS 2005 #3
SS 2005N #18
WS 2005/2006 #15
SS 2006N #11
WS 2006/2007 #20
SS 2007 #10
SS 2007N #14

NÜTZLICHE FORMELN UND GRUNDLAGEN

Allgemeine Gasgleichung:

Die Allgemeine Gasgleichung beschreibt das Verhalten eines abgeschlossenen Gasvolumens (die Zahl der Mole n ist in der Regel konstant) im Hinblick auf die Parameter Druck p , Volumen V und die Temperatur T :

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T, \quad (1)$$

$R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{molK}}$ ist dabei die allgemeine Gaskonstante.

Dichte, Masse, Volumen:

Um die Zusammenhänge zwischen Volumen, Dichte und Masse (z.B. eines Gases) zu beschreiben, gilt Folgendes:

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (2)$$

Molare Masse:

Die Molare Masse M hat die Einheit $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$ und ist wie folgt definiert:

$$M = \frac{m}{n} \quad \Leftrightarrow \quad m = M \cdot n. \quad (3)$$

Diese Größe kennt man aus der Chemie, sie gibt das Gewicht von einem Mol Teilchen ($N_A = 6 \cdot 10^{23} \frac{\text{Teilchen}}{\text{mol}}$) in Gramm an.

Hydrostatischer Druck:

Der Druck, den eine Flüssigkeit (z.B. auf ein Gasvolumen) allein aufgrund ihres Gewichts ausübt, ist nur abhängig von der Höhe h der Flüssigkeitssäule über dem betreffenden Punkt, sowie der Dichte ρ der Flüssigkeit.

$$p(h) = \rho \cdot g \cdot h. \quad (4)$$

Dabei ist $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ die Erdbeschleunigung.

Luftdruck:

Gelegentlich ist von Interesse, wie der Luftdruck in Erdbodennähe mit der Höhe abnimmt (also z.B. auf einem hohen Haus,...). Hier gibt es die Faustformel:

Pro 8 m nimmt der Luftdruck um etwa 100 Pa ab.

Nützliche Faustformeln und Umrechnungen:

Oft wird in Aufgaben nach dem Druck in 10 m, 20 m, 60 m... gefragt. Man kann sich eine Faustformel merken, die sehr viel Rechenarbeit sparen kann:

$$p(10 \text{ m}) = 1 \text{ atm} \approx 1 \text{ bar} = 1000 \text{ mbar} = 1000 \text{ hPa} = 100.000 \text{ Pa} \quad (5)$$

Manchmal wird zudem das Volumen einer bestimmten Mol-Zahl bei Normalbedingungen gefragt. Dies kann man nach der allgemeinen Gasgleichung ausrechnen, oder sich einfach merken, dass 1 Mol eines Gases bei Normalbedingungen ($T = 0^\circ\text{C}$, $p = 1 \text{ bar}$) ein Volumen von $V = 22,41$ hat. Dies ist nicht zu verwechseln mit Standardbedingungen ($T = 25^\circ\text{C}$, $p = 1 \text{ bar}$), hier ist die Zahl entsprechend $V = 24,41$ für ein Mol.

Beispielaufgabe 1: SS 2004N #6

Gefragt ist die Dichte von Helium etwa bei Raumtemperatur ($T = 20^\circ\text{C} = 293 \text{ K}$) und normalem Luftdruck ($p_{\text{air}} = 100.000 \text{ Pa}$). Hieraus können wir mit Hilfe der allgemeinen Gasgleichung die unbekanntenen Größen isolieren:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad \Leftrightarrow \quad \frac{n}{V} = \frac{100.000 \text{ Pa}}{R \cdot 293 \text{ K}} = 41 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} \quad (6)$$

Die molare Masse von Helium ist $M = 4 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$. Die Dichte ist definiert als Masse pro Volumen. Ersetzt man n durch $n = \frac{m}{M}$, bekommen wir bekannte Größen in die Gleichung, und die Dichte lässt sich ganz einfach ausrechnen:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{n}{V} \cdot M = 41 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} \cdot 4 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 164 \frac{\text{g}}{\text{m}^3} = 0,164 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (7)$$

\Rightarrow **Antwort A** "0,166 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ " ist somit korrekt.

Beispielaufgabe 2: SS 2007 #27

Bei dieser Aufgabe werden - wie für viele Aufgaben typisch - zwei Zustände verglichen. Man hat eine Formel, in diesem Fall die Allgemeine Gasgleichung $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$, und zwei Sätze von Variablen, die sich in beiden Zuständen unterscheiden. In diesem Fall sind das Temperatur T , Volumen V und Druck p .

$$p_B \cdot V_B = n \cdot R \cdot T_B \quad \Leftrightarrow \quad n \cdot R = \frac{p_B \cdot V_B}{T_B} \quad \text{B für Boden} \quad (8)$$

$$p_H \cdot V_H = n \cdot R \cdot T_H \quad \Leftrightarrow \quad n \cdot R = \frac{p_H \cdot V_H}{T_H} \quad \text{H für Höhe} \quad (9)$$

Die Variable n in der Allgemeinen Gasgleichung sowie natürlich die Konstante R sind gleich in beiden Fällen. Das ist genau die Stelle, über die man die beiden Gleichungen gleichsetzt, um die fehlende Größe V_H zu erhalten:

$$\frac{p_B \cdot V_B}{T_B} = \frac{p_H \cdot V_H}{T_H} \quad (10)$$

Einfaches Umstellen und Einsetzen der Zahlen aus der Aufgabenstellung führt dann schon zum Endergebnis.

$$V_H = \frac{p_B \cdot V_B \cdot T_H}{T_B \cdot p_H} = \frac{1000 \text{ hPa} \cdot 10 \text{ m}^3 \cdot 223,15 \text{ K}}{293,15 \text{ K} \cdot 100 \text{ hPa}} = 76,1 \text{ m}^3 \quad (11)$$

\Rightarrow **Antwort A** "76,1 m³" ist somit korrekt.

Beispielaufgabe 3: SS 2007N #1

In einer Tiefe von $h = 30 \text{ m}$ wirkt nach der Faustregel ein Druck von $p_{hydro} = 3 \text{ bar}$, zusätzlich wirkt der normale Luftdruck von $p_{air} = 1 \text{ bar}$, also haben wir einen Gesamtdruck von $p_1 = 4 \text{ bar}$ auf die Lunge des Tauchers. Das Volumen ist gegeben mit $V_1 = 4 \text{ l}$, jedoch würde dies an der Oberfläche einem anderen Volumen entsprechen, das man mit

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 \quad (12)$$

berechnen kann, denn die Temperatur T und die Zahl der Mole n aus der allgemeinen Gasgleichung sind konstant. Es ergibt sich also

$$V_2 = \frac{p_1}{p_2} \cdot V_1 = \frac{4 \text{ bar}}{1 \text{ bar}} \cdot 4 \text{ l} = 16 \text{ l}. \quad (13)$$

Diese 16 l Luft enthalten im Wesentlichen Stickstoff (fast 80%), so dass wir mit einer molaren Masse $M = 28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ rechnen können.

In der Annahme, dass der Taucher sich mitten im Meer befindet und die Wassertemperatur $T = 20^\circ\text{C}$ beträgt, können wir mit Dreisatz und unserer Faustformel weiter rechnen: 22,4 l Gas wären 1 mol. 16 l Gas sind dann also $\frac{16}{22,4} \cdot 1 \text{ mol} = 0,71 \text{ mol}$.

Ein ganzes Mol wiegt etwa 28,8 g, somit wiegt die Luft in den Lungen des Tauchers $0,71 \cdot 28,8 \text{ g} = 20,6 \text{ g}$.

\Rightarrow **Antwort A** "21 g" ist somit korrekt.