Prof. Dr. Horst Fischer // Dr. Kim Heidegger WS 2017/2018

Grundlagen der Physik mit Experimenten für Studierende der Medizin, Zahnmedizin und Pharmazie

Übungsaufgaben für die Übungsstunde in der Woche vom 30.10.17 // Woche 44

1 - Klassische Mechanik (Teil 1)

Übungsaufgaben zum Lösen daheim:

Die Lösungen werden in der jeweiligen Übungsstunde vorgetragen. Wenn ihr glaubt, eine Aufgabe richtig gelöst zu haben, schreibt die Lösung bitte sauber nachvollziehbar auf. In der Stunde solltet ihr diese dann selbst vorrechnen. Das klingt zunächst nach Schikane, hilft aber extrem viel für euer eigenes Verständnis und auch das eurer Kommilitonen.
Natürlich können wir die Musterlösungen alle selber anschreiben, das ist sogar einfacher für uns. Die Musterlösungen sind jedoch für euch nicht immer die nachvollziehbarsten und einfachsten! Es hat sich gezeigt, dass in einer Gruppe sehr viel besser voneinander gelernt wird!

In diesem Sinne, unsere Empfehlung:
Probiert die Aufgaben erst einmal alleine (soweit ihr kommt), danach bildet Arbeitsgruppen zu 3-5 Studenten und tauscht euch als Gruppe aus! :-)
PS: Die Aufgaben sind nicht nach Schwierigkeit oder Thema sortiert. Wenn ihr eine nicht lösen könnt, probiert eine andere weiter hinten!

SS 2004 #9
SS 2009 #17
WS 2008/2009 #24
WS 2009/2010 #20
SS 2010 #23
SS 2010N #28
WS 2010/2011 #1
SS 2005 #28
SS 2007N #12
WS 2007/2008 #18
WS 2003/2004 #16
SS 2004N #16
SS 2005N #3

NÜTZLICHE FORMELN UND GRUNDLAGEN

Gleichmäßig beschleunigte Bewegungen:
Gleichmäßig beschleunigte Bewegungen folgen relativ einfachen Gesetzen, solange man Reibung, Luftwiderstand beim Fall oder Wurf etc. nicht beachtet. Es gilt die Weg-Zeit Formel

$$s = \frac{1}{2}\, a\, t^2 \qquad \text{mit} \qquad v = \frac{s}{t} \qquad \text{und} \qquad v = a\, t, \qquad \text{sowie} \qquad F = m\, a, \tag{1}$$

bzw.

$$s = \frac{1}{2}\, g\, t^2 \qquad \text{mit} \qquad v = \frac{s}{t} \qquad \text{und} \qquad v = g\, t, \qquad \text{sowie} \qquad F_G = m\, g, \tag{2}$$

für den freien Fall ohne Luftwiderstand, mit $g = 9,81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ als Erdbeschleunigung, die in negative y-Richtung wirkt.

$$t^2 \qquad \Leftrightarrow \qquad s = \frac{1}{2}\, a \left(\frac{v}{a}\right)^2 \qquad \Leftrightarrow \qquad s = \frac{1}{2}\, \frac{v^2}{a} \tag{3}$$

Man kann auch leicht die Strecke s in Abhängigkeit der Geschwindigkeit v und der Beschleunigung a ausdrücken:

$$s = \frac{1}{2}\, a\, t^2 \qquad \Leftrightarrow \qquad s = \frac{1}{2}\, a \left(\frac{v}{a}\right)^2 \qquad \Leftrightarrow \qquad s = \frac{1}{2}\, \frac{v^2}{a} \tag{4}$$

Schräger Wurf:
Der schräge Wurf in Abbildung 1 landet ohne äußere Einwirkungen und Reibungskräfte bei $x = x_0$. Dabei ist $g = 9,81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ die Erdbeschleunigung.

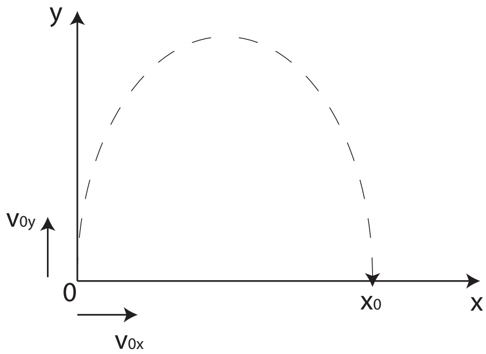

Abbildung 1: Schräger Wurf

Die maximale Wurfweite x_0 kann in Abhängigkeit der Anfangsgeschwindigkeiten (bzw. Abwurfgeschwindigkeiten) v_{0x} und v_{0y} in x- und y-Richtung bestimmt werden.

$$x_0 = 2\, \frac{v_{0x}\, v_{0y}}{g} \tag{5}$$

Beispielaufgabe 1: SS 2008 #17

Gesucht ist die Fallhöhe, bei der die momentane Auftreffgeschwindigkeit $30\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ beträgt.
1. Rechenschritt: $30\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ ist keine Standard-Einheit. Rechnet ihr mit nicht-SI-Einheiten, bekommt ihr zwangsläufig falsche Zahlenergebnisse heraus, auch wenn die Rechenschritte selbst korrekt sind, da sich Einheiten dann nicht sauber wegkürzen können. Also immer nur in SI-Einheiten rechnen! Entspricht eine Zahl aus der Aufgabenstellung oder den vorgeschlagenen Ergebnissen nicht der richtigen Einheit:

immer umrechnen! Standard-Einheiten sind z.B. m, s, $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, m^2, V, A, kg, N, ... (⇒ siehe auch Wikipedia "*SI-Einheiten*").

$$v_a = 30\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = \frac{30000\,\mathrm{m}}{3600\,\mathrm{s}} = 8,33\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{6}$$

Der freie Fall stellt eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung dar. Es gelten die obigen Formeln

$$s = \frac{1}{2}\,g\,t^2 \qquad \text{mit} \qquad v = \frac{s}{t} \qquad \text{und} \qquad v = g\,t. \tag{7}$$

Wir interessieren uns für die Fallhöhe, also verwenden wir die Formel für s_a, die Fallstrecke bis zum Aufschlagspunkt:

$$s_a = \frac{1}{2}\,g\,t_a^2. \tag{8}$$

Dann ist t_a, die Fallzeit bis zum Aufschlag, aus der bekannten Geschwindigkeit $v_a = 8,33\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ zum Zeitpunkt des Aufschlags zu berechnen:

$$v_a = g\,t_a \qquad \Leftrightarrow \qquad t_a = \frac{v_a}{g}. \tag{9}$$

Setzt man dieses in obige Formel für s_a ein, erhält man

$$s_a = \frac{1}{2}\,g\,t_a^2 \qquad \Leftrightarrow \qquad s_a = \frac{1}{2}\,g\,\frac{v_a}{g}^2 = \frac{1}{2}\,\frac{v_a^2}{g}. \tag{10}$$

Nun kann man in diese Formel für s_a den Wert $v_a = 8,33\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ einsetzen und erhält:

$$s_a = \frac{1}{2}\,\frac{v_a^2}{g} = \frac{1}{2}\,\frac{\left(8,33\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{9,81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 3,54\,\mathrm{m}. \tag{11}$$

⇒ **Antwort B** "*etwa* 3,5 m" ist somit korrekt.

Beispielaufgabe 2: SS 2009N #8

Gesucht ist die Fallbeschleunigung g_{Io} auf den Jupitermond Io. Für eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung gilt auf Io:

$$s_{Io} = \frac{1}{2}\,g_{Io}\,t_{Io}^2, \tag{12}$$

und auf der Erde analog

$$s_{Erde} = \frac{1}{2}\,g_{Erde}\,t_{Erde}^2. \tag{13}$$

Dabei sind s_{Io} bzw. s_{Erde} Fallstrecken auf Io bzw. der Erde mit Fallzeiten t_{Io} bzw. t_{Erde}. Hierbei ist $g_{Erde} = g = 9,81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ die normale Erdbeschleunigung, während g_{Io} eben die gesuchte Fallbeschleunigung auf Io ist.

Die Aufgabenstellung gibt uns zudem vor, dass für die gleiche Fallstrecke, also $s_{Io} = s_{Erde}$ ein Gegenstand auf Io 2,33 mal so lange benötigt. Das heisst, dass

$$t_{Io} = 2,33\,t_{Erde}. \tag{14}$$

Da wir alle Größen nun kennen, können wir g_{Io} berechnen. Setzen wir hierzu die Fallstrecken gleich:

$$s_{Io} = s_{Erde} \qquad \Leftrightarrow \qquad \frac{1}{2}\,g_{Io}\,t_{Io}^2 = \frac{1}{2}\,g_{Erde}\,t_{Erde}^2. \tag{15}$$

Den Faktor 1/2 können wir schon einmal kürzen. Für t_{Io} setzen wir aus der Formel oben $2,33\,t_{Erde}$ ein:

$$g_{Io}\,(2,33\,t_{Erde})^2 = g_{Erde}\,t_{Erde}^2 \qquad \Leftrightarrow \qquad g_{Io} = \frac{g_{Erde}\,t_{Erde}^2}{2,33^2\,t_{Erde}^2} \tag{16}$$

Hier kann man jetzt t_{Erde}^2 kürzen und dann einfach ausrechnen:

$$g_{Io} = \frac{g_{Erde}}{2,33^2} = \frac{9,81}{5,43}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 1,805\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \tag{17}$$

⇒ **Antwort A** "$1,8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$" ist somit korrekt.

Beispielaufgabe 3: WS 2006/2007 #22

Letztes Jahr hat sich gezeigt, dass diese Aufgabe sehr viele verschiedene, gleichberechtigte Lösungswege besitzt. Ich hatte definitiv nicht den einfachsten gewählt, dennoch war es interessant die verschiedenen Ansätze zu sehen. Versucht diese Aufgabe doch zunächst einmal selbst und vergleicht danach mit der Lösung hier!

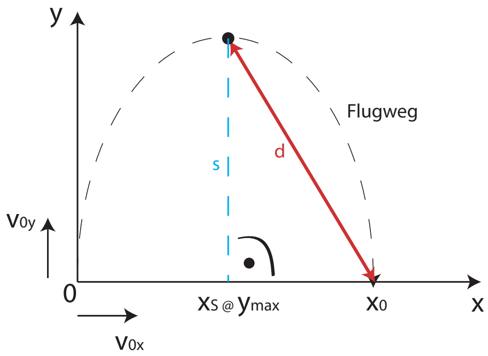

Abbildung 2: Zeichnung zu Aufgabe WS 2006/2007 #22

Gesucht ist laut Aufgabe die direkte Verbindung d zwischen höchstem Punkt der Flugbahn bei x_s/y_{max} und Auftreffpunkt x_0, siehe auch Abbildung 2.
⇒ Es gibt zwei unabhängige Bewegungen bei einem schrägen Wurf:

- x-Richtung: Gleichförmige Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit v_{0x}
- y-Richtung: Gleichmäßig beschleunigte Bewegung mit Anfangsgeschwindigkeit v_{0y} und Beschleunigung in Richtung Erdmittelpunkt mit $g = 9,81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ (Erdbeschleunigung).

Allgemein hängt die Strecke, die sich ein Körper (z.B. ein Stein) senkrecht nach oben (also entgegen der Schwerkraft) bewegen kann, von der Erdbeschleunigung g sowie der Anfangsgeschwindigkeit (= Abwurfgeschwindigkeit) v_{0y} ab, siehe Beispielaufgabe 1:

$$s = \frac{1}{2}\,g\,t^2 = \frac{1}{2}\,\frac{v_{0y}^2}{g}. \tag{18}$$

Da s aus der Aufgabenstellung bekannt ist ($s = 8\,\mathrm{m}$), lässt sich berechnen, wie schnell der Stein abgeworfen wurde, nämlich:

$$s = \frac{1}{2}\,\frac{v_{0y}^2}{g} \qquad \Leftrightarrow \qquad 2\,s\,g = v_{0y}^2 \qquad \Leftrightarrow \qquad v_{0y} = \sqrt{2\,s\,g}. \tag{19}$$

In einigen Stunden wird in der Vorlesung gezeigt werden, dass gilt (siehe Formelsammlung oben):

$$x_0 = 2\,\frac{v_{0x}\,v_{0y}}{g}. \tag{20}$$

Bei einem Abwurfwinkel von 45° jedoch sind die Anfangsgeschwindigkeiten in x- und y-Richtung gleich! Einsetzen von Gleichung 19 liefert:

$$v_{0x} = v_{0y} \qquad \Rightarrow \qquad x_0 = 2\,\frac{v_{0x}\,v_{0x}}{g} = 2\,\frac{v_{0x}^2}{g} = 2\,\frac{\sqrt{2\,s\,g}^2}{g} = 4\,s \tag{21}$$

Dies führt direkt auf das Ergebnis hin. Wenn die gesamte Strecke $x_0 = 4\,s$ ist, dann ist die Strecke, die mit s und d ein rechtwinklinges Dreieck bildet, genau $2\,s$ (vergleiche Abbildung 2). Mit Pythagoras ($a^2 + b^2 = c^2$) in diesem Dreieck ergibt sich mit $s = 8\,\mathrm{m}$:

$$d^2 = s^2 + (2\,s)^2 \qquad \Rightarrow \qquad d = \sqrt{5\,s^2} = \sqrt{5 \cdot (8\,\mathrm{m})^2} = 17,89\,\mathrm{m} \tag{22}$$

⇒ **Antwort C** "*etwa* 17,9 m" ist somit korrekt.