

Statistische Methoden der Datenanalyse WS 2017/18

Prof. Dr. Ulrich Landgraf

Lösung zum Aufgabenblatt 2 vom 15.11.2010

Aufgabe 1

Da $\mu = 2$ gegeben ist, lautet die Poissonverteilung $P(k) = \frac{2^k}{k!} e^{-2}$.

$$\text{a) (i) } P(0) + P(1) + P(2) = e^{-2} + 2 \cdot e^{-2} + \frac{4}{2} \cdot e^{-2} = 5 \cdot e^{-2} = 0.6767 \quad \Rightarrow \quad 67.7\%$$

$$\text{(ii) } 1 - (P(0) + P(1) + P(2)) = 1 - 0.6767 = 0.3233 \quad \Rightarrow \quad 32,3\%$$

$$\begin{aligned} \text{(iii) } P(1) + P(2) + P(3) + P(4) &= 2 \cdot e^{-2} + \frac{4}{2} \cdot e^{-2} + \frac{8}{6} \cdot e^{-2} + \frac{16}{24} \cdot e^{-2} \\ &= \left(2 + 2 + \frac{4}{3} + \frac{2}{3}\right) \cdot e^{-2} \\ &= 6 \cdot e^{-2} = 0,8120 \quad \Rightarrow \quad 81.2\% \end{aligned}$$

$$\text{b) } \langle P(k) \rangle = \mu = 2$$

$$\text{c) } \sigma = \sqrt{V(k)} = \sqrt{\mu} = \sqrt{2} = 1.4142$$

Aufgabe 2

Sei $P(B)$ die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Ihr Freund ein Betrüger ist, $P(\bar{B})$ die Wahrscheinlichkeit, dass er keiner ist, und es sei das Ereignis von n Misserfolgen mit $n \cdot M$ bezeichnet. Sie kennen die bedingten Wahrscheinlichkeiten:

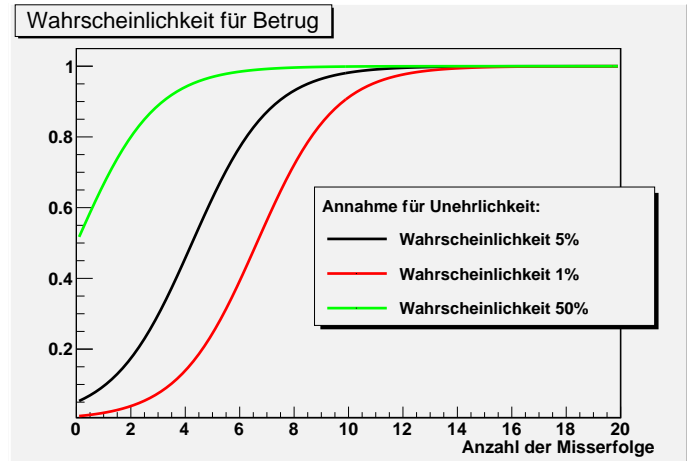
$$\begin{aligned} P(n \cdot M|B) &= 1 \\ P(n \cdot M|\bar{B}) &= \left(\frac{1}{2}\right)^n \end{aligned}$$

Dann liefert das Theorem von Bayes für die Wahrscheinlichkeit, dass Ihr Freund ein Betrüger ist, unter der Bedingung, dass Sie n Misserfolge hatten:

$$\begin{aligned} P(B|n \cdot M) &= \frac{P(n \cdot M|B) \cdot P(B)}{P(n \cdot M|B) \cdot P(B) + P(n \cdot M|\bar{B}) \cdot P(\bar{B})} \\ &= \frac{1 \cdot P(B)}{1 \cdot P(B) + \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot (1 - P(B))} \\ &= \frac{P(B)}{P(B) + \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot (1 - P(B))} \end{aligned}$$

Im Folgenden sind die Ergebnisse als Funktion von n , der Anzahl der Misserfolge, für die vorgegebenen Wahrscheinlichkeiten $P(B)$ als Tabelle und als Grafik dargestellt. Das entsprechende ROOT-Programm finden Sie ebenfalls bei den Lösungen.

Miss- erfolge	p=0.05	p=0.01	p=0.5
1	0.0952381	0.0198020	0.6666667
2	0.1739130	0.0388350	0.8000000
3	0.2962963	0.0747664	0.8888889
4	0.4571429	0.1391304	0.9411765
5	0.6274510	0.2442748	0.9696970
10	0.9817833	0.9118433	0.9990244
15	0.9994205	0.9969879	0.9999695
20	0.9999819	0.9999056	0.9999990



Aufgabe 3 Siehe Programmcode